

## SUR LES EMPLOIS ET LES SENS DE L'ADVERBE ἄεὶ DANS LES MATHÉMATIQUES GRECQUES

*Résumé.* — Les textes mathématiques grecs emploient ἄεὶ avec deux valeurs différentes : la valeur dite *itérative* et la valeur que l'auteur appelle *distributive* (ἄεὶ + comparatif). Quelques occurrences de ce dernier tour dans la langue scientifico-philosophique d'Aristote <sup>1</sup>.

### 1. Introduction <sup>2</sup>

Les hellénistes distinguent communément deux nuances principales de l'adverbe ἄεὶ <sup>3</sup>. L'une possède à un degré éminent une marque sémantique qui existe à l'état isolé dans l'adverbe συνεχῶς, « de manière continue » ; on trouve même assez souvent des groupements très explicites qui associent les deux adverbes ἄεὶ et συνεχῶς, et notamment, mais pas uniquement, la

---

1. Je remercie vivement mes collègues linguistes L. Isebaert et J. Chollet, qui ont accepté de relire attentivement cet article ; les maladroites qui restent m'appartiennent toutes. — Pour faciliter la consultation de l'article par des lecteurs qui ne sont pas hellénistes de métier, j'ai donné çà et là des indications qui leur sont plus particulièrement destinées.

2. En plus des éditions classiques des grands mathématiciens grecs par Heiberg (je cite par Livre, proposition, page et ligne) et, pour Archimède, par Mugler (je cite par proposition, page et ligne), j'ai consulté les ouvrages que voici :

D'abord Ch. MUGLER, *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des Grecs*, Paris, 1959. Ensuite, les traductions ou études suivantes : F. PEYRARD, *Les œuvres d'Euclide*, Paris, 1819, rééd., Paris, 1966 ; M. SIMON, *Euclid und die sechs planimetrischen Bücher*, Leipzig, 1901 ; Th. L. HEATH, *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, II, Cambridge, 1908, rééd. New York, 1956 ; E. J. DIJKSTERHUIS, *De Elementen van Euclides*, II, Groningue, 1930 ; F. ENRIQUES, *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna*, II, Bologne, 1930 ; C. THAER, *Euklid. Die Elemente*, Leipzig, 1933, 6<sup>e</sup> éd., Darmstadt, 1975 ; A. FRAJESE - L. MACCIONI, *Gli Elementi di Euclide*, Turin, 1970 ; B. VITRAC, *Euclide. Les Éléments*, vol. II, Paris, 1994 ; M. L. PUERTAS CASTAÑOS, *Euclides. Elementos*, vol. II, Madrid, 1994.

3. Cf., par exemple, P. CHANTRAINE, *Dictionnaire étymologique de la langue grecque*, art. αἰών.

coordination ἀεὶ (καὶ) συνεχῶς <sup>4</sup>. Je ne distinguerai pas ici le cas où ἀεὶ a le sens de « perpétuel, sans fin », emploi que les philosophes affectionnent tout particulièrement <sup>5</sup>.

L'autre ἀεὶ comporte une marque sémantique différente de la première et qui existe elle aussi à l'état séparé dans l'adverbe temporel ἐκάστοτε, « chaque fois » <sup>6</sup>. Cet ἀεὶ a reçu un nom ; on dit qu'il a une valeur « itérative ». D'après le DGE <sup>7</sup>, l'emploi itératif est ancien, puisqu'il se rencontre déjà dans l'*Illiade*, chez Hésiode ou dans les *Hymnes homériques*. Mais il ne fait pas l'objet d'une mention explicite dans le LSJ ; dans l'ignorance où je suis des raisons, je préfère m'abstenir de former des conjectures sur cette omission. Je suis d'ailleurs tout prêt à reconnaître que, dans la langue non mathématique, le contexte ne permet pas toujours de distinguer clairement entre le sens de « chaque fois » et celui de « sans cesse » <sup>8</sup>. — Mon propos n'est pas d'étudier, dans la littérature grecque générale, cet emploi itératif d'ἀεὶ. Davantage même, si je désire examiner plus loin les particularités de son emploi en mathématique, c'est surtout

4. Par exemple Démosthène, *Exordes*, 42, 1 : Οὐδέν ἐστιν [...] τοῦτ' ἄλογον τοὺς ἀεὶ καὶ συνεχῶς ὑπὲρ τῶν ὀλιγαρχιῶν πολιτευομένους, κτλ., « Il n'y a rien d'étrange à ce que les orateurs qui ne cessent de travailler pour le service de l'oligarchie, etc. » ; Dion Chrysostome, *Discours*, 17, 5 : Ὅθεν οἶμαι προσήκει τοὺς ἄμεινον φρονούντας ἀεὶ καὶ συνεχῶς ὑπὲρ τούτων λέγειν, « D'où je tire qu'il revient à ceux qui ont un meilleur jugement de ne cesser de s'exprimer là-dessus. » Quelquefois même, συνεχῶς est très clairement compris comme un synonyme d'ἀεὶ, par exemple Aristote, *Physique*, VIII 3, 254b1 : Ὡστε φανερόν ὅτι ἀδύνατον ὁμοίως τὸ πάντα ἡρεμεῖν καὶ τὸ πάντα κινεῖσθαι συνεχῶς τῷ τὰ μὲν ἀεὶ κινεῖσθαι τὰ δ' ἡρεμεῖν ἀεὶ, « Il est donc évident qu'il est impossible que tout soit continuellement en repos et pareillement que tout soit continuellement en mouvement, en raison du fait que certaines choses sont toujours mues et que d'autres sont toujours en repos. »

5. Par exemple Aristote, *Métaphysique*, Λ 8, 1074a37 : καὶ τὸ κινούμενον ἄρα ἀεὶ καὶ συνεχῶς, « ce qui est mû d'un mouvement *éternel et continu* <est donc aussi un > ».

6. Mais il n'existe pas, me semble-t-il, de syntagme courant associant étroitement les deux adverbes ἀεὶ et ἐκάστοτε. BAILLY, art. ἀεὶ, se trompe doublement dans sa référence aux *Nuées* d'Aristophane : ἀεὶ et ἐκάστοτε ne sont pas contigus, et il faut lire « 1279 ».

7. *Diccionario griego-español*, sous la direction de F. ADRADOS, Madrid ; les fascicules sont en cours de parution ; l'article ἀεὶ se trouve dans le vol. I, fascicule 2. J'ai utilisé aussi le LSJ, c'est-à-dire le dictionnaire grec-anglais de LIDDELL-SCOTT-JONES, et le BAILLY.

8. Par exemple dans ce passage du *Traité du ciel* d'Aristote, II, 4, 286b20 : τῆ μὲν εὐθείᾳ πρόσθεσις ἐστὶν ἀεὶ, « on peut toujours ajouter à la droite ». Ou encore, dans le même traité, II, 5, 288a2 : Εἰ γὰρ ἡ φύσις ἀεὶ ποιεῖ τῶν ἐνδεχομένων τὸ βέλτιστον, « Si la nature réalise toujours la meilleure des choses possibles ».

pour le bien distinguer d'un troisième usage de l'adverbe ἄει, celui qui a inspiré mes recherches d'aujourd'hui.

Ce qui m'intéresse au premier chef dans cette étude, c'est un emploi facilement repérable dans les textes mathématiques en raison de son contexte mathématico-linguistique. On le rencontre aussi ailleurs dans des énoncés moins figés, et tout particulièrement chez Aristote. Si mon information est exacte, cet emploi n'a pas de nom<sup>9</sup>. Il me semble que l'expression de « valeur distributive » lui conviendrait assez bien ; en tout cas, c'est ainsi que je le désignerai désormais. On verra que, dans les traités mathématiques grecs classiques, la distinction entre la valeur « itérative » et celle que j'appelle « distributive » est fondamentale<sup>10</sup> ; elle a été signalée pour la première fois par Mugler dans son *Dictionnaire*, mais d'une façon si maladroite et ambiguë que cela ne peut qu'induire le lecteur en erreur.

Dans le *corpus* classique, c'est-à-dire dans les *Éléments* et les *Data* d'Euclide, les *Coniques* d'Apollonius et l'œuvre d'Archimède<sup>11</sup>, il y a soixante et une occurrences de l'adverbe ἄει et trois de la variante linguistique αἰεί, soit soixante-quatre en tout. De ce nombre, il faut d'emblée retrancher les deux occurrences prises dans des passages athétisés à juste titre par Heiberg<sup>12</sup>. Il en reste donc soixante-deux, qui feront le *corpus* mathématique de cette étude. Dans la brève section 2, je relèverai les rares attestations d'ἄει au sens de « toujours » ; la section 3 est consacrée aux emplois purement itératifs de l'adverbe ; enfin, je réserve la section 4 à l'examen du tour ἄει + comparatif, celui que j'appelle « distributif », et je débordrai sur les occurrences de ce tour chez Aristote principalement.

9. S'il en a déjà un, je prie son auteur de m'en excuser, sur le motif qu'on ne peut pas tout lire.

10. Sauf à deux endroits d'Apollonius, qui présentent d'ailleurs les deux seules occurrences de l'adverbe chez cet auteur. D'abord en *Con.*, I, Préface, 2, 17 : Ὅθεν καιρὸν νῦν λαβόντες αἰεὶ τὸ τυγχάνον διορθώσεως ἐκδίδομεν, « Saisissant l'occasion qui m'est offerte maintenant, je rends publique la version corrigée au fur et à mesure de son achèvement » ; puis *Con.*, I, 7, 24, 11 : Ἐὰν δὲ σκαληνός, οὐκ αἰεὶ πρὸς ὀρθὰς ἔσται, ἀλλ' ὅταν, κτλ., « Si le cône est oblique, la droite ne sera pas dans tous les cas à angles droits, mais seulement dans le cas où, etc. »

11. C'est avec ce sens que j'emploierai dans la suite l'expression de « *corpus* classique ».

12. Il s'agit d'Euclide, *Éléments*, à la fin des énoncés des deux propositions VII, 27 et VIII, 13.

## 2. ἀεί au sens de « toujours » dans le corpus classique

Dans le *corpus* mathématique classique, il n'y a que cinq occurrences d'ἀεί au sens de « toujours, continûment, sans arrêt, sans cesse, perpétuellement » :

- Euclide, *Data*, *déf.* 4 :

Τῆ θέσει δεδοσθαι λέγονται σημεῖα τε καὶ γραμμαὶ καὶ γωνίαι ἃ τὸν αὐτὸν ἀεί τόπον ἐπέχει.

Sont dits donnés de position les points, lignes et angles qui occupent un lieu *toujours* identique.

Nous sommes dans une définition, et pas dans une opération mathématique. L'adverbe, placé en position épithétique, caractérise un lieu occupé par des objets géométriques qui ne changent pas de place ; ce lieu est dit « *toujours* le même ». Il ne s'agit pas de la fixité *relative* des objets au cours de l'étude qui est faite de la configuration où ils sont pris, comme par exemple les sommets A, B, C d'un triangle, mais d'une fixité *absolue* qui résulte de l'absence de déplacement d'un objet situé à telle place de l'espace géométrique conventionnel.

- Archimède, *Spirales*, préface, 8, 3 :

Τῶν [...] θεωρημάτων ὑπὲρ ὧν ἀεί τὰς ἀποδείξιας ἐπιστέλλεις μοι γράψαι.

Les théorèmes dont tu ne cesses de m'engager à rédiger les démonstrations.

On n'a pas affaire à un texte mathématique, mais à la lettre qui accompagne l'envoi des *Spirales* à Dosithee, un correspondant d'Archimède.

- Trois occurrences dans Archimède, *Des corps flottants*, I, 8, 20, 2 ; I, 9, 22, 5 ; II, 2, 26, 22 ; dans ces propositions, il est question d'expériences de physique avec un corps plongé dans un liquide et dont on considère le mouvement des parties en s'aidant d'une « figure » (σχῆμα). Les trois occurrences étant du même type, je me contenterai de la première :

Τὰ ποτὶ τῷ Ε μέρεα αὐτοῦ ἐς τὸ κάτω οἰσοῦνται, τὰ δὲ ποτὶ τῷ Η ἐς τὸ ἄνω, καὶ ἀεί ἐς τὸ αὐτὸ οἰσοῦνται, ἕως κα, κτλ.

Les parties du côté de E se déplaceront vers le bas, les parties du côté de H se déplaceront vers le haut, et elles se déplaceront sans cesse dans la même direction, jusqu'à ce que, etc.

Il s'agit d'un traité d'hydrodynamique ; le déplacement est celui d'une figure dont le référent est un objet matériel, ce qui n'est jamais le cas dans les textes de mathématique pure.

Pour résumer, on peut dire que l'adverbe  $\acute{\alpha}\epsilon\acute{\iota}$  au sens temporel de « toujours, continûment » n'existe que dans les marges du *corpus* classique.

L'adverbe  $\acute{\alpha}\epsilon\acute{\iota}$  au sens temporel de « sans cesse » n'a pas sa place dans les propositions de mathématique pure. La raison en est fort simple : autant que la langue le permet, la mathématique évite soigneusement toute référence à une certaine forme de temporalité, la « temporalité externe » des linguistes<sup>13</sup>. Bien entendu, la temporalité externe que j'évoque ici par prétérition n'est pas la chronologie des événements du monde, mais la temporalité propre à l'univers mathématique, que l'on pourrait croire imposée par l'emploi des verbes marquant un procès, comme « prendre », « couper », « prolonger », « construire », etc., mais qui, en réalité, n'existe pas. En d'autres termes, la mathématique grecque abolit la genèse et le procès. On trouvera des indications sur le sujet dans l'Introduction du *Dictionnaire* de Mugler.

En revanche, la valeur itérative est assez fréquente. Car il existe une opération dont les mathématiciens grecs font usage à l'occasion : la *répétition*, dont l'expression est le plus souvent, mais pas toujours, accompagnée de l'adverbe  $\acute{\alpha}\epsilon\acute{\iota}$ . Dans la répétition de type mathématique, on s'intéresse à des instants qui ne sont pas conçus comme des étapes de la démonstration. Ce sont les avatars de la *répétition* dans les mathématiques grecques, bornés à l'utilisation de l'adverbe  $\acute{\alpha}\epsilon\acute{\iota}$ , qui vont m'occuper dans la section suivante.

### 3. $\acute{\alpha}\epsilon\acute{\iota}$ itératif dans le *corpus* classique

3.1. Le sujet a reçu un commencement de traitement dans la deuxième partie de l'article  $\acute{\alpha}\epsilon\acute{\iota}$  du *Dictionnaire* de Mugler. Je renvoie à cette partie de son article ; mais quelques distinctions ne seront pas inutiles.

3.1.1. On constate qu'un grand nombre d'occurrences du sens itératif peuvent sans forcer se traduire par l'expression élégante « ainsi de suite »<sup>14</sup>, ce qui n'est en aucune façon le cas pour la valeur distributive

13. Cf. L. ISEBAERT, « L'aspect en grec à la lumière des recherches récentes. Le cas du parfait », dans M. BRAUD (éd.), *Études de syntaxe du grec classique*, Publications de la Faculté des Lettres de Nice, 1992, p. 99-112.

14. Sauf évidemment en tête de phrase, comme en Archimède, *Sph. et Cyl.*, 29, 9.

dont je parlerai dans la section 4. Mais cette traduction a l'inconvénient d'introduire la notion de succession, dont l'adverbe ὅει au sens itératif est dépourvu : la traduction par « ainsi de suite » intègre la situation et le contexte. Effectivement, dans tous les contextes comportant les occurrences d'ὅει itératif, l'idée de succession est présente, à des degrés divers, même si elle n'est explicitée réellement qu'avec la présence de l'adverbe ἐξῆς « successivement », qui est fréquent. Il vaut donc mieux éviter de rendre ὅει itératif par la traduction « ainsi de suite ». Je propose d'essayer des traductions comportant les mots « répéter, répétition, réitérer, réitération ».

3.1.2. Dans son *Dictionnaire*, Mugler définit l'emploi itératif dans les termes suivants :

[ὅει exprime] la répétition indéfinie d'une opération dans les raisonnements relevant de la méthode d'exhaustion<sup>15</sup>.

Cette définition n'est pas fautive<sup>16</sup>, mais elle laisse échapper les cas où il n'y a pas d'exhaustion, par exemple telle occurrence donnée par Mugler lui-même à la page 43 de son *Dictionnaire*, en Pappus, VI, 59, 547, 17 :

Καὶ αἰεὶ διαγομένων ἐπ' ἄπειρον τῶν εὐθειῶν ἀύξηθήσεται τὸ τρίγωνον.

Si les droites sont menées *de façon réitérée* indéfiniment<sup>17</sup>, le triangle sera plus grand.

L'extension obvie de l'emploi d'ὅει itératif m'amène tout naturellement à dresser la liste des occurrences qui n'ont rien à voir avec l'exhaustion et les notions connexes. Dans le *corpus* classique, il y en a onze en tout, qui forment une classe bien distincte, à la fois pour le sens et pour le vocabulaire<sup>18</sup>. Aucune n'est relevée dans le *Dictionnaire* de Mugler.

15. Sur ce qu'on appelle improprement la « méthode d'exhaustion », on consultera la notice de B. VITRAC, *op. cit.* (n. 2), vol. IV, Livres XI-XIII, p. 239-244.

16. Tout en étant très large, puisqu'il faut y inclure les cas d'anthypérèse et de dimidiation qu'on trouve aussi dans la théorie des nombres ; anthypérèse : *Élé.*, VII, 1, 105, 9 et 13 ; VII, 2, 107, 4 ; dimidiation : *Élé.*, IX, 34, 222, 11.

17. Il ne s'agit pas de l'accroissement indéfini de la longueur d'une droite.

18. Euclide, *Éléments*, V, déf. 10, 2, 15 ; VIII, 9, 163, 3. Archimède, *Spirales* : 12, 15 ; 25, 16 ; 25, 22 ; 68, 11 ; 69, 5 ; *Arénaire* : 146, 15 ; 147, 4 ; 147, 8 ; *Quadr. parab.* : 194, 13.

### 3.2. ἄΕΙ itératif en dehors des cas d'exhaustion

3.2.1. Ces onze occurrences se repèrent d'abord par leur place dans un contexte qui n'est pas celui de l'exhaustion. Mais surtout elles possèdent toutes une particularité linguistique intéressante.

D'abord, dans huit cas sur onze, l'adverbe ἄΕΙ se trouve dans une proposition (au sens grammatical du terme) qui comporte aussi l'adverbe ἔΞΗΣ, « successivement », dans une association lâche ou étroite. De ces huit occurrences, il y en a cinq de l'association lâche ἄΕΙ ... ἔΞΗΣ (l'adverbe ἔΞΗΣ n'étant pas dans le même syntagme que l'adverbe ἄΕΙ) qui ne se trouvent que dans les *Spirales* d'Archimède ; ensuite, on trouve dans la *Quadrature de la parabole*, 24, 194, 13 d'Archimède une occurrence de la séquence ἄΕΙ ἔΞΗΣ et deux occurrences de la même séquence dans les *Éléments*, V, déf. 10 et VIII, 9, 163, 3.

Enfin, dans les trois dernières occurrences de cette classe, qui sont toutes dans l'*Arénaire* d'Archimède, on rencontre la collocation ἄΕΙ οὕτως, littéralement « en réitérant pareillement »<sup>19</sup>.

#### 3.2.2. L'association lâche ἄΕΙ ... ἔΞΗΣ

Les cinq occurrences des *Spirales* sont toutes sur le même modèle. La première suffira (Archimède, *Spirales*, 12, 11 ... 15 et s.) :

Φαμί [...], καὶ ἄΕΙ τὰ ἐν ταῖς ὕστερον περιφοραῖς ποτιλαμβανόμενα χωρία κατὰ τοὺς ἔΞΗΣ ἀριθμοὺς πολλαπλάσια ἐσσεῖσθαι τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος χωρίου.

Je dis [...], et que, *ainsi de suite*, les aires ajoutées dans les révolutions ultérieures seront des multiples, dans l'*ordre* des nombres, de l'aire ajoutée dans la seconde révolution [traduction Mugler que je propose de modifier ainsi : « et que, *en réitérant l'opération* »].

L'adverbe ἔΞΗΣ est chaque fois en position épithétique dans le syntagme κατὰ τοὺς ἔΞΗΣ ἀριθμοὺς, « selon la succession des nombres ». Il apporte une précision très importante au contexte, puisque, par lui-même, l'adverbe ἄΕΙ itératif ne comporte pas la notion de succession.

#### 3.2.3. La séquence ἄΕΙ ἔΞΗΣ

Il s'agit des trois occurrences citées plus haut sous 3.2.1. Je me limiterai à la première chez Euclide (*Éléments*, V déf. 10) :

19. Cette séquence banale se trouve fréquemment chez Aristote, par exemple *Physique*, VII, 1, 542a17 : Ἐὰν [...] τὸ κινουὺν ὑπ' ἄλλου κινουμένου κινῆται κάκεινο ὑφ' ἑτέρου καὶ ἄΕΙ οὕτως, « Si le moteur est mû par une autre chose mue, et celle-là par une autre, et toujours ainsi » ; elle n'est pas rare non plus dans la littérature générale, par exemple Xénophon, *Anabase*, IV, 2, 26 : καὶ ἄΕΙ οὕτως ἐβοήθουν ἀλλήλοις, « ils se portaient ainsi sans cesse secours mutuel ».

Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον  
τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον.

Καὶ ἀεὶ ἐξῆς ὁμοίως ὡς ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχη.

Lorsque quatre grandeurs sont en proportion, la première est dite avoir avec la quatrième un rapport triplé de celui qu'elle a avec la deuxième.

Et *chaque fois successivement* selon la proportion qu'on aura.

La ponctuation traditionnelle, qui consiste à mettre une virgule avant καί, obscurcit la suite des idées. Il faut commencer par lire d'affilée les définitions 9 (= cas de trois grandeurs proportionnelles) et 10 ; la phrase finale commençant par καὶ complète le groupe de ces deux définitions prises ensemble et signifie qu'on retrouvera la même propriété (avec les modifications requises de vocabulaire) si l'on considère des proportions successives dont le nombre de termes augmente chaque fois d'une unité (trois termes dans la définition 9 ; quatre termes dans la définition 10, etc.) Par conséquent, l'ἀναλογία, « proportion », dont il est question à la fin de l'extrait n'est pas une proportion *initiale*, mais une proportion quelconque  $P_n$ ,  $n$  ayant la valeur 1 lorsque le nombre de termes est égal à 5 ; par exemple, s'il y a six grandeurs en proportion, la première aura avec la sixième un rapport quintuplé de celle qu'elle a avec la deuxième.

Il m'était loisible de prendre pour exemple n'importe laquelle des trois occurrences comportant la séquence ἀεὶ ἐξῆς. Mais celle que j'ai retenue se recommandait par le sort que la plupart des traducteurs ont réservé à la subordonnée qui achève la définition (ὡς ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχη), en la séparant du mot qui la précède directement.

Peyrard, qui confond les conjonctions ὡς et ἕως, s'exprime en ces termes : « tant que la proportion subsiste » ; Vitrac écrit : « pour autant qu'il y ait proportion », ce qui est une erreur si cela signifie quelque chose comme « dans la mesure où il y a proportion » ; Enriques ne l'a pas traduite ; Heath écrit : *whatever be the proportion*, mais *whatever be* me paraît être seulement un moyen de rendre l'éventuel grec ; même chose dans le cas de Frajese - Maccioni, qui commettent en outre une erreur grave due sans doute à une lecture hâtive des dictionnaires : « *comunque sia la proporzione data in principio* » ; même chose encore pour la traduction de Puertas Castaños : *sea cual fuere la proporción*.

Je pense qu'à la racine de toutes ces maladroites<sup>20</sup>, il y a un phénomène d'illusion d'optique. La plupart des traducteurs ont été très gênés par

20. Elles sont pourtant sans incidence sur la présentation mathématique de la proposition par les Modernes, qui ne tiennent évidemment compte que du début de l'énoncé grec pour arriver au sens mathématique. Voyez mes remarques sur ce phé-

le grec qu'ils *croyaient* avoir sous les yeux et qui ne pouvait effectivement avoir de sens : *oculos habent et non uidebunt*. Je m'explique.

Chez les Modernes, la solution a été donnée il y a un siècle déjà par Simon qui, en Allemand qu'il était, savait qu'il ne fallait pas séparer la subordonnée des mots qui la précèdent ; il traduit correctement l'énoncé  $\kappa\alpha\iota \ \acute{\alpha}\epsilon\iota \ \acute{\epsilon}\xi\eta\varsigma \ \acute{\omicron}\mu\acute{\omicron}\iota\omicron\varsigma \ \acute{\omega}\varsigma \ \acute{\alpha}\nu \ \eta \ \acute{\alpha}\nu\alpha\lambda\omicron\gamma\iota\alpha \ \acute{\upsilon}\pi\acute{\alpha}\rho\chi\eta$  par : *und so immer* *entsprechend weiter, wie gerade die Proportion vorliegt*. J'ai souligné les deux mots importants de cette traduction : *entsprechend ... wie*, correspondant à la corrélation comparative  $\acute{\omicron}\mu\acute{\omicron}\iota\omicron\varsigma \ \acute{\omega}\varsigma$  (variante ionienne passée en *koinè*, l'attique ayant  $\acute{\omicron}\mu\acute{\omicron}\iota\omicron\varsigma \ \acute{\omega}\sigma\pi\epsilon\rho$  <sup>21</sup>). On remarquera que, dans mon grec, je me suis gardé de mettre une virgule entre  $\acute{\omicron}\mu\acute{\omicron}\iota\omicron\varsigma$  et  $\acute{\omega}\varsigma$ , contrairement à Heiberg, qui ponctue toujours son grec à l'allemande (ou à la danoise, ce qui revient au même). Cette ponctuation ne pouvait gêner non plus Thaer, qui donne lui aussi la bonne solution : *und ähnlich immer der Reihe nach je nach der vorliegenden Proportion*, mais elle est la cause des bévues des autres traducteurs. Par imitation d'Heiberg, ils ont mis une virgule devant leur traduction de la subordonnée commençant par  $\acute{\omega}\varsigma$ , ce qui les a conduits à traduire  $\acute{\omicron}\mu\acute{\omicron}\iota\omicron\varsigma$  séparément, alors qu'il a la fonction syntaxique d'annoncer la conjonction qui suit ; la corrélation  $\acute{\omicron}\mu\acute{\omicron}\iota\omicron\varsigma \ \acute{\omega}\varsigma$  signifie littéralement « comme » <sup>22</sup>.

---

nomène au début de mon article : « Sur quelques effets du 'principe d'abréviation' chez Euclide », *Les Études Classiques* 71 (2003) p. 321-352.

21. Cf. par exemple Xénophon, *Économique*, VIII 7 : Ἄλλὰ καὶ πορευομένων ἐν τάξει, κἄν πολλὰ μυριάδες ὦσιν, ὁμοίως ὥσπερ εἷς ἕκαστος καθ' ἡσυχίαν πάντες πορεύονται, « Quand ils s'avancent en ordre, même s'ils sont des milliers et des milliers, tous les soldats s'avancent sans encombre *comme* un seul homme » (trad. Chantraine, CUF).

22. Il n'est pas sans intérêt de consulter les traductions latines médiévales des *Éléments* publiées par H. L. L. BUSARD. — Le fragment de texte qui m'intéresse ne figure ni dans *The Translation of the Elements of Euclid from the Arabic into Latin by Hermann of Carinthia* (?), Leyde, 1968, ni dans *The First Latin Translation of Euclid's Elements Commonly Ascribed to Adelard of Bath*, Toronto, 1983. — Dans *The Latin Translation of the Arabic Version of Euclid's Elements Commonly Ascribed to Gerard of Cremona*, Leyde, 1984, p. 114, on voit que le sens général du passage est bien compris, mais la traduction est scindée par un point précisément à l'endroit où Heiberg a mis sa virgule, c'est-à-dire entre  $\acute{\omicron}\mu\acute{\omicron}\iota\omicron\varsigma$  et  $\acute{\omega}\varsigma$ , ce qui donne la disposition suivante : [...] *scilicet cum reiteratione* [qui traduit sans doute le grec  $\kappa\alpha\iota \ \acute{\alpha}\epsilon\iota \ \acute{\epsilon}\xi\eta\varsigma \ \acute{\omicron}\mu\acute{\omicron}\iota\omicron\varsigma$ ]. *Et secundum hoc exemplum procedunt que ipsum sequuntur* [ce qui rend probablement le grec  $\acute{\omega}\varsigma \ \acute{\alpha}\nu \ \eta \ \acute{\alpha}\nu\alpha\lambda\omicron\gamma\iota\alpha \ \acute{\upsilon}\pi\acute{\alpha}\rho\chi\eta$ ]. Naturellement, il faudrait connaître la version arabe, qui devait elle aussi présenter deux propositions coordonnées. — Ensuite, dans *The Mediaeval Translation of Euclid's Elements Made Directly from the Greek*, Stuttgart, 1987, p. 109, on lit ceci : [...] *et semper deinceps uno plures prout utique proportionalitas fuerit*. Le syntagme *uno plures* est un calque du grec ἐνὶ πλείους, qu'on trouve tout de suite après la seconde occurrence du syntagme  $\acute{\alpha}\epsilon\iota \ \acute{\epsilon}\xi\eta\varsigma$  chez Euclide, en VIII, 9, 163, 3. Il est possible que ce syntagme,

3.3. *ἀεί itératif dans le contexte de la « méthode d'exhaustion »*

Au total, on trouve trente-quatre occurrences d'ἀεί itératif dans des contextes d'exhaustion (qui n'existent pas dans les *Coniques* d'Apollonius, mais uniquement chez Euclide et chez Archimède). À noter que, sous le terme général de « méthode d'exhaustion », il faut ranger les procédures d'anthyphérese<sup>23</sup> ou de dimidiation<sup>24</sup> réitérées<sup>25</sup>.

Il est très important de souligner que la méthode d'exhaustion ne réclame pas obligatoirement la présence de l'adverbe itératif ἀεί, puisqu'on peut rencontrer le seul adverbe ἐξῆς. Voici un exemple de ce dernier cas (Archimède, *De la sphère et du cylindre*, I, 11, 32, 18) :

Τούτου οὖν ἐξῆς γινομένου καταλειφθήσεταιί τινα τμήματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ Η χωρίου.

Cette opération étant répétée, il restera des segments de cercle d'une somme inférieure à l'aire H [trad. Mugler].

La traduction de Mugler est « itérative », mais aurait dû être « successive », par exemple : « en continuant cette opération ». On voit qu'ici l'adverbe ἐξῆς « successivement » pourrait être sans inconvénient remplacé par ἀεί itératif (ou même par la collocation ἀεί ἐξῆς) : \*τούτου οὖν ἀεί γινομένου ou même \*ἀεί τούτου γινομένου. Nous en avons une preuve textuelle dans des passages substantiellement identiques, mais comportant ἀεί au lieu d'ἐξῆς, par exemple Archimède, *De la sphère et du cylindre*, I, 4, 17, 2 :

Τεμνομένης δὴ τῆς ὑπὸ τῶν ΑΔΒ γωνίας δίχα καὶ τῆς ἡμισείας δίχα καὶ ἀεί τούτου γινομένου λειφθήσεταιί τις γωνία ἐλάσσων οὐσα ἢ διπλασία τῆς ὑπὸ ΑΚΘ.

En bissectant l'angle ADB, en bissectant la moitié de ADB et en continuant ces opérations, nous finirons par trouver un angle inférieur au double de l'angle LKQ [trad. Mugler].

---

sous la forme réclamée par la syntaxe, c'est-à-dire au nominatif neutre pluriel ἐνὶ πλέω (à cause de μεγέθη) se soit trouvé dans la branche de l'original grec que l'auteur avait sous les yeux ; à moins qu'il ne s'agisse d'une innovation de sa part. *Prout* traduit à peu près correctement ὁμοίως ὡς, et *utique* (information de mon collègue J. Chollet) sert généralement à traduire ἄν en latin médiéval.

23. Ou « soustraction alternée ». Voir le *Dictionnaire* de Mugler, à l'article ἀνθοφαρεῖν, et la notice de Vitrac citée *supra* à la n. 15.

24. Ou « division d'un objet géométrique en deux parties égales ».

25. Cet emploi d'ἀεί se trouve aussi ailleurs que dans les mathématiques pures, par exemple en Aristote, *Traité du ciel*, I, 1, 268a6 : Συνεχὲς μὲν οὖν ἔστι τὸ διαρετὸν εἰς ἀεί διαιρητά, « Le continu est ce qui est divisible en parties chaque fois divisibles ».

La traduction que donne Mugler de l'adverbe  $\acute{\alpha}\epsilon\iota$  est ici « successive », alors qu'elle aurait dû être « itérative », par exemple : « cette opération étant répétée ».

On trouve chez Archimède<sup>26</sup> des variantes du tour  $\acute{\alpha}\epsilon\iota$  τούτου γινομένου, par exemple, *De la sphère et du cylindre*, I, 3, 15, 5 :

Τέμνοντες οὖν τὴν ὑπὸ τῶν ΔΗΓ γωνίαν δίχα καὶ τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς δίχα καὶ αἰεὶ τοῦτο ποιοῦντες λειψομέν τινα γωνίαν ἐλάσσονα ἢ διπλασίαν τῆς ὑπὸ ΛΚΜ.

En bissectant l'angle DHG, en bissectant la moitié de cet angle et en continuant ces opérations, nous finirons par trouver un angle inférieur au double de l'angle LKM [trad. Mugler].

Là aussi, il aurait sans doute été préférable d'utiliser d'une traduction plus précise, par exemple : « en répétant cette opération ».

Bref, dans tous ces exemples, comme dans le reste des trente-quatre occurrences d' $\acute{\alpha}\epsilon\iota$  dans le contexte de l'exhaustion, il me semble qu'on a avantage à donner une valeur strictement itérative à l'adverbe  $\acute{\alpha}\epsilon\iota$  – la langue française s'y prête d'ailleurs fort bien.

Enfin, chez Archimède encore, on trouve une fois la séquence  $\acute{\alpha}\epsilon\iota$  οὕτω, comme dans les occurrences de l'*Arénaire* vues plus haut, mais dans un contexte d'exhaustion (*Quadrature de la parabole*, 24, 194, 7) ; Mugler traduit par « et ainsi de suite », mais on peut sans dommage serrer davantage le texte en traduisant par « et pareillement en réitérant ».

Dans les *Éléments* d'Euclide, les premières anthyphères se trouvent au début du Livre VII (arithmétique)<sup>27</sup> ; et la première dimidiation réitérée, dans le Livre IX (arithmétique)<sup>28</sup>. Les anthyphères suivantes se trouvent dans les trois premières propositions du Livre X, pour se déployer ensuite dans le Livre XII, où dominent les expressions du type καὶ τοῦτο  $\acute{\alpha}\epsilon\iota$  ποιοῦντες καταλείπομεν, κτλ., « et, en réitérant l'opération, nous laisserons, etc. », que nous avons vues plus haut chez Archimède et dont Mugler a relevé un grand nombre d'occurrences dans la deuxième partie de l'article  $\acute{\alpha}\epsilon\iota$  de son *Dictionnaire*.

26. Voir les nombreuses occurrences relevées par Mugler dans son *Dictionnaire*, p. 44.

27. En VII, 1, 105, 9 et 13 ; VII, 2, 107, 4. Peyrard traduit par « toujours » ; mais Vitrac traduit de manière bien plus précise par « de façon réitérée ».

28. En IX, 34, 222, 11. On y trouve le tour qu'on a vu plus haut chez Archimède (*Sph. et cyl.*, I, 3, 15, 5) : καὶ τοῦτο  $\acute{\alpha}\epsilon\iota$  ποιοῦμεν, que Peyrard traduit par « et si nous faisons toujours la même chose », alors qu'il vaut mieux, avec Vitrac, dire quelque chose comme « et si nous réitérons ».

## 4. Le tour distributif ἀεί + comparatif

### 4.1. Dans le corpus classique

4.1.1. Dans le *corpus* classique, ces emplois ne se trouvent qu'au Livre III des *Éléments*. Toujours en mathématiques, mais en dehors du *corpus* classique, on en rencontre de nombreuses occurrences dans l'*Optique* et les *Phénomènes* d'Euclide, ainsi que dans les *Sphériques* de Théodose de Tripoli. Un certain nombre de ces occurrences sont en rapport étroit avec celles du Livre III des *Éléments*, à la fois pour le sens et pour l'expression linguistique.

Les *Éléments* en présentent au total neuf occurrences, réparties dans trois propositions : *Éléém.*, III, 7, 8 et 15<sup>29</sup>, dans la protase<sup>30</sup>, dans le corps de la proposition ou dans la conclusion. Les contextes de ces occurrences étant substantiellement identiques, je raisonnerai sur le texte de la protase de III, 8, qui contient *deux* fois l'adverbe ; pour faciliter la lecture, j'ai usé d'artifices typographiques :

- 1 Ἐὰν κύκλου ληφθῆ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθειαὶ τινες ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχεν,
- 2 (a) τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη μὲν ἐστὶν ἢ διὰ τοῦ κέντρου,  
(b) τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἢ ἕγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν,
- 3 (a) τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μὲν ἐστὶν ἢ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου,  
(b) τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἢ ἕγγιον τῆς ἐλαχίστης τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων,
- 4 δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

- 1 Si un point est pris à l'extérieur d'un cercle et que, du point, sont menées jusqu'au cercle des droites dont l'une passe par le centre et les autres comme elles viennent,
- 2 (a) la plus grande des droites menées jusqu'à la concavité de la circonférence est celle qui passe par le centre,  
(b) et, de deux autres droites, c'est *chaque fois* celle qui est la plus proche de celle qui passe par le centre qui est plus grande que celle qui en est la plus éloignée ;

29. Détail des références : III, 7, 101, 6 ; 7, 103, 7 ; 8, 103, 16 ; 8, 103, 20 ; 8, 104, 15 ; 8, 107, 5 ; 8, 107, 9 ; 15, 115, 14 ; 15, 116, 19.

30. Je donne au mot *protase* son sens technique mathématique : la protase désigne la partie de la proposition qu'on appelle aujourd'hui l'énoncé. Je garde le mot *énoncé* au sens purement linguistique.

- 3 (a) la plus petite des droites menées jusqu'à la convexité de la circonférence est celle qui est entre le point et le diamètre,  
 (b) et, de deux autres droites, c'est *chaque fois* celle qui est la plus proche de la plus petite qui est plus petite que celle qui en est la plus éloignée,  
 4 et il n'y a <*chaque fois*> que deux droites égales qui seront menées du point jusqu'au cercle de part et d'autre de la plus petite.

4.1.2. Les traductions en langues modernes de ces passages comportant les occurrences d'ᾰεί distributif sont plus ou moins maladroites ou erronées, mais pas seulement en raison de la présence de l'adverbe ᾰεί, traduit par le simple « toujours ». La difficulté est particulièrement sensible en français, où le superlatif n'est qu'un comparatif précédé d'un article et où, pour comparer deux termes, on est parfois conduit à employer un syntagme article + comparatif qui se confond avec le superlatif ; lorsqu'on traduit en français des textes grecs qui mêlent comparatif et superlatif, on doit prendre des précautions toutes spéciales. Dans certains cas, mais pas dans ces extraits d'*Éléments*, III, il peut être aussi correct qu'élégant de traduire en français les comparatifs grecs par de simples positifs ; c'est ainsi que je procéderai plus loin dans mes traductions de ce tour dans la littérature non mathématique. Les remarques linguistiques qui suivent vaudront, *mutatis mutandis*, pour toutes les références euclidiennes.

D'abord, si, au début de 2(b) et de 3(b), j'ai écrit : « de *deux* autres droites », ce n'est pas pour introduire indûment le concept, qu'on pourrait croire absent du grec, de « couple de droites », mais parce que la langue française doit exprimer ce concept par d'autres moyens linguistiques que le grec, qui se contente du comparatif ; je ne suis pas allé jusqu'à écrire : « de deux droites parmi les autres droites », mais c'est bien cela qu'il faut entendre.

Ensuite, les deux groupes au génitif τῶν μὲν πρὸς, τῶν δὲ πρὸς (au début de 2 et 3) ne doivent pas être compris comme des partitifs<sup>31</sup>, comme font la plupart des traducteurs, trompés par la place de ces groupes, puisque ce sont ici des compléments des superlatifs μεγίστη et ἐλαχίστη.

Enfin – ce que je dis là ne vaut que pour ce passage et la conclusion de cette même proposition III, 8 –, il faut faire très attention à la partie 4, sous peine de donner une traduction fautive, comme elles sont toutes à cet endroit ; cette dernière partie est sur le même plan syntaxique que celle qui la précède immédiatement, c'est-à-dire que la partie 3(b), ce qui fait qu'on

31. Que le complément du superlatif soit en partie d'origine partitive ne change rien à l'affaire.

doit absolument sous-entendre la séquence τῶν ἄλλων ἀεί au début de cette partie. Il s'agit là d'un certain type d'abréviation dont les mathématiciens grecs sont friands et dont j'ai traité ailleurs<sup>32</sup>. Dans ma traduction, pour essayer de rivaliser avec la concision du grec, je n'ai repris explicitement que l'adverbe ἀεί « chaque fois », placé entre crochets obliques, qui vaut pour l'énoncé complet suivant : « < *parmi les autres droites, il n'y a chaque fois* > que deux droites égales, etc. »

4.1.3. Ces questions débrouillées, il devient plus aisé de fixer l'attention sur l'emploi d'ἀεί, qui se trouve dans les parties 2(b) et 3(b). La structure de chacune de ces parties étant identique, je raisonnerai sur 2(b) :

τῶν δὲ ἄλλων ἀεί ἢ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν,

de deux autres droites, c'est *chaque fois* celle qui est la plus proche de celle qui passe par le centre qui est plus grande que celle qui en est la plus éloignée.

Les traits linguistiques obviés de cet énoncé sont les suivants :

- l'énoncé est introduit par un complément au génitif partitif ;
- ἀεί est placé directement devant un comparatif (ici articulé) ;
- il comporte aussi un autre comparatif, ici attribut du sujet<sup>33</sup>.

Ces trois traits se retrouvent dans toutes les occurrences euclidiennes sans exception. En revanche, dans les autres textes mathématiques, le tour ἀεί + comparatif se trouve parfois au sein de structures plus lâches, qui n'ont pas tous les traits ici énumérés. Chez Aristote, à ma connaissance, il n'existe pas d'occurrences strictement identiques, au vocabulaire près, aux énoncés euclidiens.

Il me semble qu'on peut faire deux analyses syntaxiques de l'énoncé euclidien. Ou bien ἀεί détermine tout simplement le verbe, comme il le fait ordinairement, ou bien l'on tient compte de sa place singulière dans l'énoncé, qui présente des analogies avec certains emplois des négations οὐ ou μή portant sur l'assertion qui suit et signifiant : « il n'est pas vrai que »<sup>34</sup>. Dans cette hypothèse, l'adverbe ἀεί déterminerait l'ensemble de

32. Cf. mon article cité plus haut (n. 20) « Sur quelques effets du 'principe d'abréviation' chez Euclide ».

33. Sans compter le complément du comparatif, τῆς ἀπώτερον, sans importance ici.

34. Par exemple Eschine, *Contre Ctésiphon*, 144 : Καὶ ταῦτ' οὐκ ἐγὼ μὲν κατηγορῶ, ἕτεροι δὲ παραλείπουσιν, « Il n'est pas vrai que, moi, je lance ces

l'assertion, qu'il faudrait structurer ainsi :  $\tau\acute{\omega}\nu \acute{\alpha}\lambda\lambda\omega\nu \acute{\alpha}\epsilon\acute{\iota} [\acute{\eta} \acute{\epsilon}\gamma\gamma\acute{\iota}\omega\nu \tau\acute{\eta}\varsigma \delta\acute{\iota}\alpha \tau\omicron\upsilon \kappa\acute{\epsilon}\nu\tau\rho\upsilon \tau\acute{\eta}\varsigma \acute{\alpha}\pi\acute{\omega}\tau\epsilon\rho\omicron\nu \mu\acute{\epsilon}\acute{\iota}\zeta\omega\nu \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu]$ .

La situation mathématique peut être décrite dans les termes suivants : on considère certaines droites déjà tracées (« les autres »), on en extrait un couple (je prends le mot dans son sens non mathématique), et l'on énonce la propriété qui nous apprend laquelle de ces deux droites est la plus grande (ou la plus petite) des deux<sup>35</sup>. L'adverbe  $\acute{\alpha}\epsilon\acute{\iota}$  exprime que la propriété est vraie pour *tous* les couples de droites qu'on voudra, soit, avec les notations de la logique moderne :  $\forall x \in E P(x)$ .

La distributivité est donc le trait sémantique essentiel du tour : une même propriété s'attache à *tous* les couples de droites imaginables. Certes, le rédacteur (ou les rédacteurs) de ces propositions aurait pu raisonner sur un seul couple, qui aurait pris une valeur exemplaire, et s'exprimer en substance comme ceci : « si l'on prend deux droites quelconques, la plus proche de celle, etc. »<sup>36</sup>. J'entends par là que, à s'en tenir au seul référent mathématique, celui-ci ne réclame pas rigoureusement une expression comportant l'adverbe distributif  $\acute{\alpha}\epsilon\acute{\iota}$ . Il en va exactement de même pour toutes les autres propositions mathématiques comportant des théorèmes<sup>37</sup> ; le mathématicien grec n'emploie jamais l'adverbe  $\acute{\alpha}\epsilon\acute{\iota}$  dans la protase, alors qu'il lui était loisible de le faire ; s'il ne le fait pas, c'est probablement parce que l'emploi constant d' $\acute{\alpha}\epsilon\acute{\iota}$  lui aurait fait perdre toute pertinence. La présence d' $\acute{\alpha}\epsilon\acute{\iota}$  dans les énoncés euclidiens dont je parle n'en est que plus remarquable.

---

accusations, tandis que les autres s'en moquent » (avec le symbolisme logique : non [P et Q]). Il n'est pas sûr que cet emploi n'existe que lorsque la négation précède une parataxe. En effet, c'est ainsi que j'interprète les deux exemples suivants tirés du *Traité du ciel* d'Aristote, III, 4, 302a18 :  $\omicron\upsilon\chi \acute{\alpha}\pi\alpha\nu \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\alpha}\iota \tau\acute{\omicron} \acute{\omicron}\mu\omicron\iota\omicron\mu\epsilon\rho\acute{\epsilon}\varsigma \sigma\tau\omicron\iota\chi\epsilon\acute{\iota}\omicron\nu$ , « il n'est pas vrai que tout homéomère sera un élément », et III, 7, 306b2 :  $\acute{\eta} \omicron\upsilon\chi \acute{\alpha}\pi\alpha\nu \sigma\acute{\omega}\mu\alpha \delta\iota\alpha\iota\rho\epsilon\tau\acute{\omicron}\nu$ , « ou bien il n'est pas vrai que tout corps soit divisible » ; la négation détermine l'ensemble de l'assertion, et la structure est la suivante :  $\omicron\upsilon\chi [\acute{\alpha}\pi\alpha\nu \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\alpha}\iota \tau\acute{\omicron} \acute{\omicron}\mu\omicron\iota\omicron\mu\epsilon\rho\acute{\epsilon}\varsigma \sigma\tau\omicron\iota\chi\epsilon\acute{\iota}\omicron\nu]$ , soit, avec les quantificateurs de la logique moderne : non  $[\forall x P(x)]$ . La position de la négation est déterminante ; si, par exemple en 306b2, elle portait sur le verbe, c'est-à-dire si l'énoncé était de la forme  $\ast\acute{\alpha}\pi\alpha\nu \tau\acute{\omicron} \acute{\omicron}\mu\omicron\iota\omicron\mu\epsilon\rho\acute{\epsilon}\varsigma \omicron\upsilon\kappa \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\alpha}\iota \sigma\tau\omicron\iota\chi\epsilon\acute{\iota}\omicron\nu$ , la transcription logique serait la suivante :  $\forall x$  non  $P(x)$ .

35. Dans la démonstration du théorème, l'auteur opère sur le cas particulier de trois droites,  $\Delta E$ ,  $\Delta Z$  et  $\Delta \Gamma$ , formant deux couples où  $\Delta Z$  est respectivement plus petite que  $\Delta E$  et plus grande que  $\Delta \Gamma$ .

36. La rédaction aurait été celle qu'on trouve dans la protase des théorèmes.

37. Les propositions mathématiques se divisent en théorèmes et en problèmes. Seule la rédaction des protases des théorèmes aurait pu s'accommoder de la présence de l'adverbe  $\acute{\alpha}\epsilon\acute{\iota}$ .

Pour l'expression du contenu mathématique, on pourrait encore imaginer une autre variante linguistique<sup>38</sup>, bien connue des Grecs et des Modernes, du type : « plus une droite est proche de celle qui passe par le centre, plus elle est grande », ou : « une droite est d'autant plus grande qu'elle est plus proche de celle qui passe par le centre », ou encore : « la grandeur des droites croît avec leur éloignement de celle qui passe par le centre ». Il s'agit en substance du tour grec ὅσῳ + comparatif ... τοσοῦτῳ + comparatif, qui exprime une gradation. Mais, dans le *corpus* classique, il n'existe qu'une seule occurrence de la corrélation ὅσῳ ... τοσοῦτῳ, et sans comparatif<sup>39</sup>.

Il est donc intéressant que, chez Euclide, l'adverbe ἄεί au sens distributif n'apparaisse que dans les seuls passages du Livre III des *Éléments* comportant des comparatifs et de la manière que j'ai indiquée. Il suit de là que le tour n'est pas né au sein des mathématiques, car il n'existe pas de raison mathématico-linguistique qui aurait pu imposer la présence de l'adverbe ἄεί dans ces seules protases. Il s'agit forcément d'un tour idiomatique emprunté à la langue non mathématique. Mais c'est dans la langue mathématique qu'il a pris sa forme achevée, à la fois la plus complète et la plus stéréotypée.

Il est amusant de suivre les avatars de l'élocution euclidienne dans les ouvrages modernes de mathématiques élémentaires. On trouve des expressions mutilées qui conservent la référence expresse aux couples de grandeurs comparées, mais omettent l'adverbe ἄεί, dont la nécessité n'est pas sentie. Autrement dit, les Modernes ont perdu, s'ils l'ont jamais eu, le sentiment du caractère idiomatique prononcé de l'expression grecque, et n'en ont gardé que ce qui les intéressait<sup>40</sup>. L'expression française signalée en note n'est qu'un médiocre calque, puisque, contrairement à ce que l'on constate en grec, le tour n'existe pas en français. Il était donc maladroit,

38. On la rencontrera plus loin chez Aristote.

39. Archimède, *Spirales*, 1, 14, 11.

40. En voici trois exemples tirés d'ouvrages longtemps classiques et qui ne sont pas des ouvrages scolaires. D'abord, le *Traité élémentaire de Géométrie* de l'abbé Bossut, Paris, 1775, p. 31, qui transcrit ainsi la première partie de la protase d'*Éléments*, III, 8 : « et parmi celles AD, AE, qui ne passent pas par le centre, la plus longue est celle AD qui s'éloigne le moins de celle qui passe par le centre. » Les deux exemples suivants sont la traduction de la protase d'*Éléments*, III, 15. Le *Cours de mathématiques* de Ch. DE COMBEROUSSE, II, 5<sup>e</sup> éd., Paris, 1920, p. 44, s'exprime en ces termes : « [...] et, de deux cordes inégales, la plus petite est la plus éloignée du centre. » Ensuite J. HADAMARD, *Leçons de géométrie élémentaire*, I, 11<sup>e</sup> éd., Paris, 1931, p. 62 : « De deux cordes inégales, la plus grande est moins éloignée du centre. »

dans des ouvrages mathématiques qui ne sont pas des traductions des *Éléments*, de recourir à ces imitations malheureuses de l'expression grecque.

4.1.4. Je disais plus haut que Mugler était le premier à avoir attiré l'attention sur cette question dans l'article ὄει de son *Dictionnaire*. Voici comment il s'exprime au début de l'article :

Adv. temporel exprimant : 1° La permanence d'une propriété géométrique à travers les changements que peut subir une figure.

Dans cette section 1°, il cite l'emploi distributif spécifique que je viens de décrire et quelques autres occurrences distributives d'un type différent<sup>41</sup>, chez Archimède et chez Pappus<sup>42</sup>. Mais la définition qu'il propose (« la permanence, etc. ») pour la classe d'ὄει distributif ne permet pas de dégager la signification de l'emploi d'ὄει + comparatif dont je parle ici.

Or il se trouve que le *Dictionnaire* de Mugler a été une source d'inspiration malheureuse pour le DGE. L'auteur de l'article ὄει utilise Mugler à deux endroits différents. D'abord dans la section II de son article, où il range les emplois mathématiques authentiquement itératifs (anthyphèrese, etc.). Ensuite dans la section I, celle des emplois dits temporels, où il range la classe distributive de Mugler (« la permanence, etc. » dont parle Mugler), avec pour seule référence le Livre III des *Éléments*, ce qui donne l'impression que le tour est limité aux seules mathématiques ; l'auteur a sans doute omis de consulter l'article ὄει de l'*Index Aristotelicus* de Bonitz<sup>43</sup>. On voit l'origine de l'erreur : c'est évidemment le mot « permanence » de Mugler qui a incité l'auteur à ranger les emplois distributifs du type ὄει + comparatif dans la classe des emplois temporels où l'adverbe a le sens de « toujours ».

---

41. Sans comparatif ou idée comparative.

42. L'extrait I, 9 des *Corps flottants* d'Archimède ne me paraît pas convenir ici.

43. L'*Index Aristotelicus* n'est cité nulle part, me semble-t-il, dans le *Repertorio bibliográfico de la lexicografía griega*, Madrid, 1998, cet instrument de travail incomparablement précieux qui accompagne le DGE ; mais l'Introduction du répertoire montre qu'on ne peut pas se prononcer en toute sûreté sur l'utilisation ou la non-utilisation de cet *Index* par les auteurs du DGE.

#### 4.2. *Quelques attestations de cet emploi d'ᾠεί dans la langue non mathématique*<sup>44</sup>

##### 4.2.1. *Aristote*

Je ne suis pas le premier à avoir été intéressé par le tour ᾠεί + comparatif, qui a été signalé depuis longtemps par des aristotélisants. Mon apport se borne à l'avoir repéré sous sa forme la plus stéréotypée dans les textes mathématiques. Dans son *Index Aristotelicus*, Bonitz énumère un tout petit nombre de références dans divers ouvrages d'Aristote, qu'il fait précéder des mots suivants : ᾠεί *in enunciatis comparativis*. En réalité, il y a un grand nombre de références, entre lesquelles il me fallait choisir.

J'ai relevé toutes les occurrences de ce tour dans le *Traité du ciel*. Si j'ai pris ce traité, c'est parce que, dans un article consacré au *De caelo*, Verdenius a fait une remarque judicieuse sur cet emploi<sup>45</sup> et corrigé par là la traduction erronée de Moraux dans la CUF. La plupart des traducteurs d'Aristote se trompent lorsqu'ils tombent sur ce type d'occurrences, dans le *Traité du ciel* ou ailleurs. Si l'on met à part les divergences d'interprétation du contenu, on constate que les erreurs de traduction ont leur racine dans l'escamotage des couples de grandeurs mises en jeu, ce qui efface la valeur distributive de l'adverbe et brouille la perception exacte du sens<sup>46</sup>.

Voici la liste des occurrences du tour dans le *De caelo* (la référence est à la ligne qui contient l'adverbe) : 274a9 ; 277b4 ; 281a33 ; 287b21 ; 291b6 ; 291b30 ; 292b19 ; 294a15 ; 297a27 ; 308b27 ; 310b14. On y trouve tous les types de tours distributifs comparatifs, depuis le plus simple jusqu'au tour partiellement superposable à l'emploi euclidien. Dans tous les cas, comme dans le Livre III des *Éléments*, l'auteur opère sur tel nombre qu'on voudra de couples de grandeurs qu'il compare entre elles. C'est cette opposition de grandeurs au sein d'un couple qui impose l'usage du comparatif.

La forme la plus élémentaire est celle de 281a33, où l'on a une sorte de degré zéro de l'expression, l'adverbe étant placé devant un comparatif attribut du sujet et portant sur le verbe sous-entendu :

Εἰ γὰρ μὴ ἔσται ποσός τις, ἀλλ' ᾠεί πλείων τοῦ προτεθέντος καὶ οὐκ ἔστιν οὐδ' ἐλάττων, κτλ.

44. Il ne s'agit ici que d'une esquisse.

45. W. J. VERDENIUS, « Critical and Exegetical Notes on *De caelo* », dans I. DÜRING (éd.), *Naturphilosophie bei Aristoteles und Theophrast*, Heidelberg, 1969, 268-284 (p. 279).

46. On me répondra que l'adverbe « toujours » est suffisamment explicite ; avec Verdenius, j'ai de bonnes raisons d'en douter.

Si ce temps n'est pas une quantité déterminée, si, au contraire, il est chaque fois plus grand qu'un temps proposé, et qu'il n'existe pas de temps auquel il soit <chaque fois> inférieur, etc.

On peut former *tous* les couples qu'on voudra de grandeurs dont l'une sera plus grande que l'autre. J'ai marqué dans ma traduction qu'il faut peut-être sous-entendre *ἀεί* devant le deuxième comparatif, c'est-à-dire *ἐλάττων*.

À l'autre extrémité, en 291b6, on a une occurrence qui trahit une influence « euclidienne » très nette :

Εὔλογον ἤδη τὸ μὲν ἐγγυτάτω τῆς ἀπλῆς καὶ πρώτης περιφορᾶς ἐν πλείστῳ χρόνῳ διένειναι τὸν αὐτοῦ κύκλον, τὸ δὲ πορρωτάτω ἐν ἐλαχίστῳ, τῶν δ' ἄλλων τὸ ἐγγύτερον ἀεὶ ἐν πλείονι, τὸ δὲ πορρώτερον ἐν ἐλάττωνι.

Il est donc normal que l'astre le plus rapproché de la révolution simple et première parcoure son cercle propre dans le temps le plus long, que le plus éloigné le fasse dans le temps le plus court, et que, *de deux autres astres, ce soit le plus proche qui le fasse chaque fois dans le temps le plus long, et le plus éloigné qui le fasse <chaque fois> dans le temps le plus court.*

Comme dans l'exemple précédent, il est probable qu'il faille aussi sous-entendre l'adverbe devant le comparatif complément ἐν ἐλάττωνι ; c'est ce que j'ai indiqué dans ma traduction. — Certes, le texte présente une différence sensible avec le schéma euclidien : l'adverbe ne précède pas le premier comparatif de l'énoncé. En revanche, il y a des éléments euclidiens suffisamment nets pour que le rapprochement s'impose. D'abord, comme chez Euclide, l'expression est introduite par le groupe partitif τῶν ἄλλων<sup>47</sup> ; ensuite, quelques lignes plus haut, il est question de cette révolution du premier ciel qui est la plus rapide et sert de mesure pour les autres révolutions ; structurellement, cette révolution joue le même rôle que par exemple la « droite qui passe par le centre » de l'énoncé euclidien. Incidemment, je signale que cette évidente parenté avec l'expression euclidienne s'ajoute à tous les indices qui montrent qu'Aristote connaissait une version des *Éléments* antérieure à celle d'Euclide, mais comportant déjà l'énoncé « euclidien » qu'on a vu.

Entre ces deux extrêmes, il existe tous les types possibles. Dans la plupart des cas, comme chez Euclide, le comparatif précédé d'*ἀεί* est au singulier. Rien que de très naturel, puisque ce comparatif se rapporte à l'un

47. Autre exemple de partitif dans Théophraste, *Recherches sur les plantes*, V, 5, 1 : ἀεὶ δὲ τῶν ὁμογενῶν τὸ μαλακώτερον τοῦ σκληροτέρου κρεῖττον, « chez les espèces congénères, le bois tendre est toujours meilleur que le bois dur » (trad. S. Amigues dans la CUF).

des deux termes du couple étudié. Mais, en 287b21 et 291b30, on trouve aussi des comparatifs sujets au pluriel. Ainsi le passage 287b21 :

Δῆλον γὰρ ὡς ἀνάλογον ἔχει καθάπερ ὕδωρ πρὸς γῆν καὶ τὰ πλείων ἀεὶ ἀπέχοντα τῶν συστοίχων<sup>48</sup>,

dont voici une traduction développée :

Il est clair que, lorsqu'on prend deux éléments consécutifs de la série, dans tous les cas l'élément le plus éloigné du centre entretient aussi avec l'élément le plus proche le rapport qui existe entre l'eau et la terre.

J'interprète le passage de la manière suivante : il existe quatre éléments qui sont, en partant du bas, la terre, l'eau, l'air et le feu ; si l'on prend deux éléments consécutifs, on peut former trois rapports : eau/terre, air/eau et feu/air ; le rapport eau/terre est conservé dans l'échelle des éléments, c'est-à-dire que les deux rapports air/eau et feu/air sont semblables au rapport eau/terre. Variante de traduction :

Il est clair que le rapport qui existe entre l'eau et la terre est conservé au sein de tous les couples d'éléments successifs [les éléments sont successifs, pas les couples].

Je prends le pluriel τὰ πλείων ἀεὶ ἀπέχοντα comme un pluriel distributif, qui désigne l'ensemble des éléments qui sont chaque fois les plus éloignés du centre au sein de couples d'éléments successifs<sup>49</sup>.

Je signalais dans la section 4.1.3 qu'une variante possible du tour que j'étudiais chez Euclide était le tour ὅσω + comparatif ... τοσοῦτω + comparatif. Le *Traité du ciel* suggère la même réflexion.

Considérons d'abord le passage 308b27 :

Συμβαίνει δὲ πᾶν τοῦναντίον· ἀεὶ τε γὰρ ὁ πλείων ἀῆρ ἄνω φέρεται μᾶλλον.

Or c'est tout le contraire que l'on voit se produire : de deux masses d'air, c'est dans chaque cas la plus importante qui monte le plus [= le plus vite].

48. Dans son édition du *De caelo* dans la CUF, Moraux traduit ainsi : « Il est évident, en effet, que le rapport entre l'eau et la terre se retrouve aussi dans les autres corps de la même série, *et qu'il s'y manifeste toujours davantage à mesure qu'on s'éloigne du centre* ». La partie que j'ai mise en italiques est complètement erronée. Même erreur dans la traduction de C. DALIMIER - P. PELLEGRIN, *Aristote. Traité du ciel*, Paris, 2004 : « Le rapport est clair : ce que l'eau est à la terre, les autres corps de la même série le sont les uns par rapport aux autres, *plus on s'éloigne du centre.* »

49. Sur le pluriel distributif en mathématiques, voir mon article, cité plus haut (n. 20), sur le principe d'abréviation chez Euclide, p. 341.

Variante de traduction :

... la vitesse d'ascension de l'air croît avec sa quantité.

Or, quelques lignes au-dessus, en 308b17, le même phénomène, appliqué au feu, est exprimé par le tour comportant ὄσφ + comparatif :

Νῶν δὲ φαίνεται τοῦναντίον ὄσφ γὰρ ἂν ἢ πλείον, κουφότερόν ἐστι καὶ ἄνω φέρεται θάττον.

Or c'est le contraire qui se passe : plus il y a de feu, plus il est léger et plus vite il monte.

Inversement, en 277b4, toujours pour le feu, on a le tour avec ἀεί :

Νῶν δὲ τοῦναντίον ἀεὶ τὸ πλείον πῦρ θάττον φέρεται.

On a même une occurrence de la combinaison des deux types d'énoncé, en 292b19 :

Μάλιστα μὲν γὰρ ἐκείνου τυχεῖν ἄριστον πᾶσι τοῦ τέλους· εἰ δὲ μή, ἀεὶ ἄμεινόν ἐστιν ὄσφ ἂν ἐγγύτερον ἢ τοῦ ἀρίστου.

Le bien suprême, pour tous, c'est au premier chef d'atteindre la fin posée en premier lieu ; si c'est impossible, de deux biens, le meilleur chaque fois est celui qui est le plus proche du bien suprême<sup>50</sup>.

#### 4.2.2. Dans la littérature non technique

Sous bénéficié d'un inventaire complet qui reste à faire, il semble que le tour ἀεί + comparatif soit rare avant Aristote et Euclide. En voici deux occurrences très claires.

– Andocide<sup>51</sup>, *Sur la paix*, 28 :

Ἐγὼ μὲν οὖν ἐκεῖνο δέδοικα μάλιστα, ὦ Ἀθηναῖοι, τὸ εἰθισμένον κακόν, ὅτι τοὺς κρείττους φίλους ἀφιέντες ἀεὶ τοὺς ἥττους αἰρούμεθα.

Ce que je crains au premier chef, Athéniens, c'est notre habituelle erreur, qui est, dans le cas de nos amis, d'abandonner le fort pour choisir chaque fois le faible.

Ma traduction, qui prend le pluriel des comparatifs comme des pluriels distributifs, repose sur l'interprétation suivante : si, parmi nos amis, on considère un couple quelconque, nous choisissons dans tous les cas le plus faible des deux. Mais, si l'on donne à ces plu-

50. De même dans le *Traité de mécanique* pseudo-aristotélicien (850b14) : 'Αεὶ δὲ πλέον βάρος κινεῖ, ὄσφ ἂν πλέον ἀφεστήκη τοῦ ὑπομοχλίου ὁ κινῶν τὸ βάρος, « Ce qui meut le poids meut dans tous les cas un poids plus important, à mesure qu'il est plus éloigné du point d'appui ».

51. Andocide est né un peu après le milieu du V<sup>e</sup> s. av. J.-C.

riels leur valeur habituelle, il faut traduire par : « ... qui est d'abandonner nos amis forts pour choisir chaque fois nos amis faibles. »

- Xénophon, *Le commandant de cavalerie*, IV, 17 :

Ἄει μέντοι <τῶ> ἰσχυροτέρῳ τὸ ἀσθενέστερον θηρᾶν.

C'est chaque fois à l'élément fort qu'il revient de faire la chasse à l'élément faible.

#### 4.2.3. *Essai de généralisation*

Il me semble que ce type de tour, où ἄει est placé directement devant un comparatif *substantivé*, doit être rapproché d'un tour plus général où ἄει se trouve dans un énoncé comportant au moins une idée comparative. Voici, parmi d'autres, trois exemples tirés du *corpus* d'Aristote :

- Aristote, *Traité de l'âme*, III, 11, 434a14 :

Φύσει ἀει ἢ ἄνω ἀρχικώτερα.

Par nature, c'est dans chaque cas la faculté supérieure qui a la primauté.

Ἄνω s'oppose à κάτω sous-entendu.

- Aristote, *Histoire des animaux*, III, 17, 520a29 :

Ἔστι δ' ἀει ὁ δεξιὸς ἀπιμελώτερος.

C'est chaque fois le rein droit qui a le moins de graisse.

Le rein droit s'oppose implicitement au rein gauche.

- Pseudo-Aristote, *Problèmes*, XXIV, 12, 937a23 :

Ἄει ὁ προϊστάμενος ἀήρ ψυχρότερος.

Dans chaque cas, c'est l'air qu'on a devant soi qui est le plus froid.

L'air « qu'on a devant soi » s'oppose implicitement à l'air « qu'on a derrière soi ».

### 5. Conclusion sur le tour ἄει + comparatif

Il existe chez Euclide un type d'énoncé qui se caractérise principalement par le double trait formel suivant :

- l'adverbe ἄει est placé en tête de l'énoncé ;
- cette assertion comporte un ou plusieurs comparatifs, l'un d'eux étant pourvu d'un article et placé directement après l'adverbe.

Chez Aristote, on rencontre des énoncés analogues, comportant aussi des comparatifs, mais où ἄει n'est pas forcément en tête de l'énoncé ni devant un comparatif pourvu d'un article.

Pour le sens, le contexte impose de donner à l'adverbe une valeur distributive et pas itérative. On considère explicitement ou implicitement un couple d'éléments comparés entre eux et l'on déclare que la situation est identique pour tous ( $\alpha\epsilon\acute{\iota}$ ) les couples d'éléments du même genre. Mais il est difficile de savoir où et quand le tour est d'abord apparu. On constate simplement que des auteurs comme Andocide et Xénophon, dans des passages non techniques, sont déjà bien avancés sur la voie qui mène aux énoncés qu'on trouve chez Euclide.

On pourrait penser que le tour se recommandait aux yeux des mathématiciens de l'époque parce qu'il était strictement distributif, que, contrairement à la corrélation  $\delta\sigma\omega$  + comparatif ...  $\tau\omicron\sigma\omicron\upsilon\tau\omega$  + comparatif, il ne marquait pas la moindre gradation et qu'il permettait d'éviter toute allusion risquée, même implicite, à la notion de continu<sup>52</sup>. À mon avis, les mathématiciens n'ont rien à voir dans l'affaire, car Aristote l'emploie généreusement dans des traités comme l'*Éthique à Nicomaque*, le *Traité de l'âme*, la *Poétique* ou la *Politique*, dans des contextes où la distributivité ne paraît pas jouir d'un privilège refusé à la corrélation en question. Je suis donc persuadé que les mathématiciens l'ont employé parce que, dès la deuxième moitié du V<sup>e</sup> s., ils le trouvaient tout formé, quoique rare, dans la langue de leur époque, et qu'il s'ajustait exactement aux besoins de certains énoncés du Livre III des *Éléments*. Inversement, les nombreux emplois aristotéliens dans des contextes scientifiques (*Physique*) et plus précisément cosmologiques (*Traité du ciel*) me donnent à penser qu'au moins l'une des sources d'Aristote est précisément la géométrie du cercle qu'on trouve dans le Livre III des *Éléments* d'Euclide. Mais, si je n'ai pu m'empêcher de suggérer le jeu d'influences qui me paraît le plus vraisemblable, la sagesse recommande la prudence. En tout cas, il me paraît remarquable que le tour  $\alpha\epsilon\acute{\iota}$  + comparatif apparaisse surtout dans la langue savante, du moins dans les textes que nous possédons.

Michel FEDERSPIEL  
Centre de Recherche sur les Civilisations Antiques  
Université Blaise-Pascal  
Clermont-Ferrand

---

52. J'entends le continu mathématique.